

Validazione su dato reale e quantificazione dell'incertezza di un motore ibrido wave/geometrico per acustica delle sale: regime modale, cucitura ibrida, e copertura garantita dei descrittori

Nota tecnica di validazione e metodo — RaySound

22 giugno 2026

Abstract

Presentiamo la validazione su dato *reale* di un motore ibrido per acustica delle sale che combina un forward d'onda Discontinuous-Galerkin (DG-FDTD) sotto la frequenza di Schroeder f_{Sch} con un ray-tracer geometrico su GPU sopra f_{Sch} , con crossover calcolato per-sala. Riportiamo quattro contributi, ottenuti in un'unica sessione e ancorati a misure pubbliche: (1) la validazione del regime *modale* confrontando sia l'eigensolver d'onda sia il forward time-domain con le frequenze modali misurate su due sale reali, con errore $< 1\%$; (2) la caratterizzazione del limite della *cucitura ibrida* sul C50, localizzato per-banda alla banda 500 Hz, e mostrato *non* essere un problema di ordine speculare; (3) intervalli di predizione a *copertura garantita* distribution-free sui descrittori ISO, validati empiricamente; (4) un criterio metodologico per un banco-prova modale *discriminante*. L'onestà metodologica — dichiarare con precisione dove il modello smette di essere valido — è qui un principio, non una postilla: i limiti e le frontiere sono il contenuto.

1 Architettura e inquadramento

Il motore è ibrido per necessità fisica. Sotto $f_{\text{Sch}} \approx 2000\sqrt{T_{60}/V}$ il campo è una somma sparsa di *modi* discreti: i descrittori energetici statistici (T60, C50) sono mal-definiti e serve un forward d'onda. Sopra f_{Sch} il campo è statisticamente diffuso e il ray-tracing geometrico (GA) è accurato ed economico. Il crossover non è fisso ma calcolato dalla sala (Schroeder [1], Kuttruff [2]); il ramo d'onda usa un DG nodale [3].

La rilevanza delle basse frequenze scala *inversamente* con la dimensione della sala: in sale piccole i modi assiali bassi sono ben separati e dominano la percezione (“boomy”); in sale grandi le basse cadono presto in regime diffuso. I quattro esperimenti seguenti coprono entrambi i regimi e, soprattutto, i loro *confini*.

2 Validazione del regime modale su dato reale

Metodo e gate di coerenza. La scelta dell'operatore è per *output*: le frequenze modali f_n e le forme ϕ vengono dall'eigensolver $K\phi = \lambda M\phi$ (dove sono i modi); l'ampiezza, il damping e la RIR vengono dal forward time-domain (come suonano). Le due strade *devono* dare le stesse f_n : l'eigensolver valida l'operatore spaziale, il forward valida operatore + marcia temporale (CFL, flussi, RK4). Registriamo come invariante permanente il *gate di coerenza*

$$|f_n^{\text{forward}} - f_n^{\text{eigen}}| \leq \frac{1}{2} \Delta f_{\text{bin}}, \quad (1)$$

una divergenza oltre il bin indicherebbe un bug di time-stepping (l'operatore essendo già validato).

LS (LF Sound Zones [13], $7.8 \times 4.14 \times 3$ m). La RIR misurata (sorgenti vicino-parete che eccitano i modi) mostra picchi modal persistenti e *isolati* (Fig. 1); il forward DG riproduce le tre frequenze assiali più basse entro $< 1\%$ (Tab. 1), e il gate (1) regge su ogni modo (forward $\approx$ eigen entro il bin da 1 Hz).

Table 1: LS: frequenze modali (Hz). Analitica box-rigido, eigensolver DG, forward time-domain, misura.

modo	analitica	eigensolver	forward	misurata (prominenza)
(1, 0, 0)	22.0	22.0	22.0	22.1 (10–11 dB)
(0, 1, 0)	41.4	41.4	41.0	41.4 (10–11 dB)
(3, 0, 0)	66.0	65.9	66.0	65.4 (10 dB)

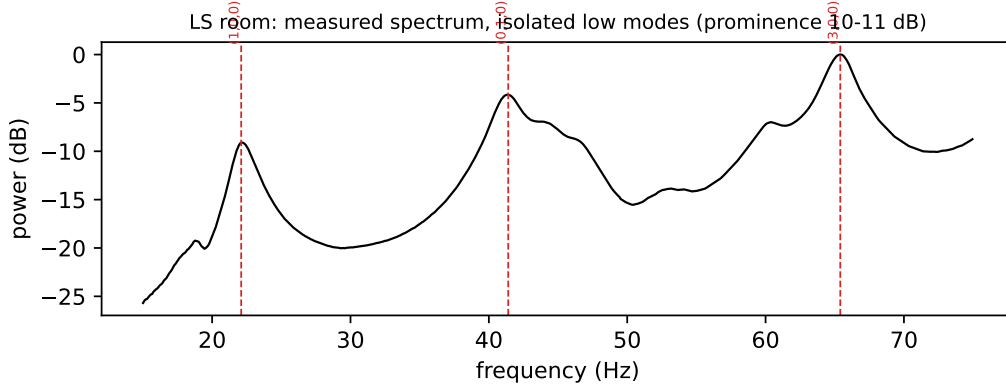


Figure 1: LS: spettro di potenza misurato (media su 24 RIR). I tre modi assiali bassi sono isolati e ben sopra il rumore (prominenza 10–11 dB) — la condizione per una validazione f_n pulita.

SUBRIR (Vairetti *et al.* [12], $4.09 \times 6.35 \times 2.40$ m). Su una seconda geometria rettangolare il forward e l'eigensolver riproducono le frequenze analitiche del dataset (Table 1 del paper) entro 0.65% su ogni modo (Tab. 2), e il gate (1) regge — l'invariante di coerenza vale su due sale indipendenti.

Table 2: SUBRIR: frequenze modali (Hz). $f_{\text{fwd}} \approx f_{\text{eig}} \approx$ analitica, scarto massimo 0.65% su sei modi. Generatore `experiments/subrir_modal_table.py`.

modo	analitica	eigensolver	forward	errore fwd-vs-analitica
(0, 1, 0)	27.01	26.99	27.0	−0.0%
(1, 0, 0)	41.93	41.88	42.0	+0.2%
(1, 1, 0)	49.88	49.82	50.0	+0.2%
(0, 2, 0)	54.02	53.98	54.0	−0.0%
(1, 2, 0)	68.38	68.32	68.0	−0.6%
(0, 0, 1)	71.46	71.38	71.0	−0.6%

Finding: lo split modale. Il contributo più interessante è una *deviazione* misurata. Il modo teorico (0, 1, 0) a 27.01 Hz si presenta nella misura come *due* picchi distinti a 26.2 e 28.2 Hz. L'involuppo della banda che li contiene (23–32 Hz) *non* è una esponenziale singola: la pendenza vale -51 dB/s sulla finestra 0.02–0.12 s e -13 dB/s su 0.30–1.50 s, un fattore 3.9 (un modo singolo

darebbe una pendenza sola; le finestre sono dichiarate perché il numero dipende da esse). Filtrando i due picchi *separatamente* le pendenze sono però quasi uguali (-11 e -10 dB/s): il double-decay non nasce da due smorzamenti diversi, nasce dalla **sovrapposizione** (beating) di due modi vicini con smorzamento simile. Il modello a scatola rettangolare, analitica ed eigensolver, predice un *singolo* modo a 27.01 Hz; la realtà ne ha due. Questo *beating* nasce da deviazioni dall'idealizzazione a scatola: pareti non perfettamente parallele, accoppiamenti, condizioni al contorno reali. È una frontiera concreta: catturarlo richiede il solver d'onda sulla *geometria e sul boundary effettivi*, non sull'idealizzazione — direzione da validare su una sala con boundary caratterizzato. È precisamente il punto in cui il metodo wave si separa da analitica e GA: dove la realtà devia dall'ideale.

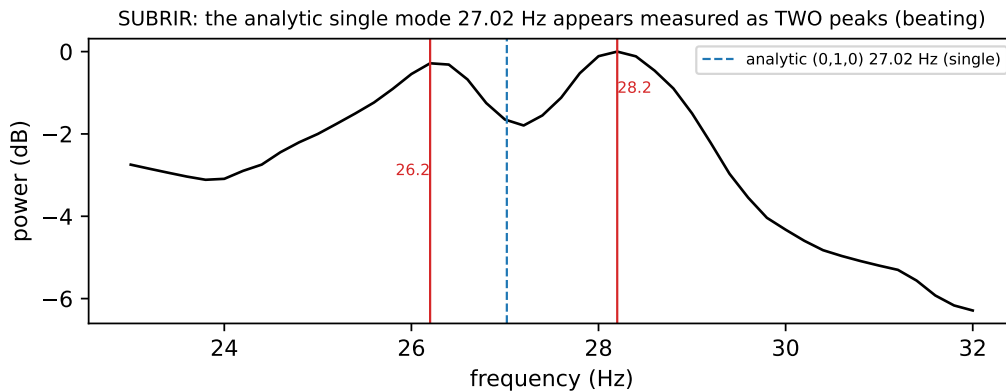


Figure 2: SUBRIR: il singolo modo analitico (0, 1, 0) a 27.01 Hz (linea blu) si presenta misurato come *due* picchi (26.2/28.2 Hz, linee rosse); l'involuppo della banda ha due pendenze (-51 e -13 dB/s) — una firma non-box che il modello a scatola non possiede.

3 Un criterio per un banco modale discriminante

Per validare le frequenze modali *singole* nel regime in cui il metodo wave è *insostituibile* — dove l'analitica è muta — serve una sala con tre proprietà simultanee:

1. **piccola** (f_{Sch} alta $\Rightarrow$ modi assiali bassi ben separati, ISOLATI);
2. **non-rettangolare** (nessuna formula chiusa $\Rightarrow$ *solo* il DG predice le f_n);
3. **eccitata** (modi sopra il rumore, condizione di misurabilità).

Nessuna delle sale reali a disposizione le soddisfa tutte (Tab. 3): LS e SUBRIR hanno isolato+eccitato ma sono rettangolari (l'analitica conferma, il DG non è insostituibile); CR3 ($29 \times 15 \times 12$ m, music hall) è non-rettangolare ed eccitata, ma *density-dominated*: col T_{60} misurato nella banda modale (1.73 s, mediana 63–125 Hz) la sua $f_{\text{Sch}} = 2000\sqrt{T_{60}/V}$ è 37 Hz, dove la densità di Weyl è 3.1 modi/Hz contro una larghezza modale $2.2/T_{60} = 1.3$ Hz: **quattro modi dentro una larghezza modale**. I picchi persistenti misurati (17.1, 19.7, 45.7 Hz su 8/10, 9/10, 8/10 posizioni; prominenza 3.1–19.8 dB) sono dunque *cime di cluster*, non modi isolati — e lo si vede dal fatto che il loro numero dipende dalla soglia (8 picchi a 2 dB di prominenza, 7 a 3, 3 a 4.5, 2 a 6: modi isolati darebbero un conteggio stabile). Il match a una singola f_n DG diventa quindi coincidente (tanto il DG quanto l'analitica box danno spettri ugualmente densi). Generatore `experiments/cr3_low_modes.py`. Conclusione: il banco-discriminante (tutti e tre i criteri) *non esiste in forma pubblica* e richiede una misura dedicata — una sala piccola, non-rettangolare, con modi eccitati.

Table 3: Mappa banco-modale: tre sale reali contro i tre criteri. Nessuna li soddisfa tutti.

sala	piccola (isolato)	non-rettangolare	eccitata	nota
LS $7.8 \times 4.14 \times 3$	sì	no	sì	analitica conferma; DG non insostituibile
SUBRIR $4.09 \times 6.35 \times 2.40$	sì	no	sì	idem; ma mostra lo split reale (§2)
CR3 $29 \times 15 \times 12$	no	sì	sì	density-dominated: match f_n coincidente

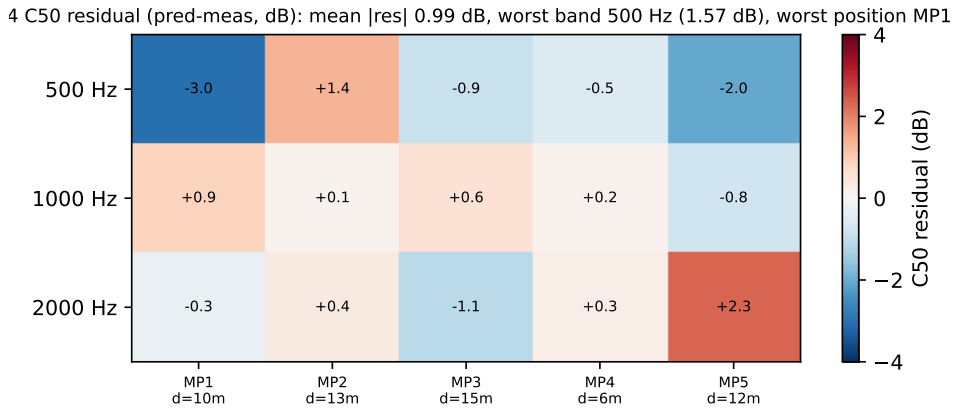
4 Il limite della cucitura ibrida sul C50

Pattern e decadimento (validati), livello assoluto (il residuo). Sul forward per-posizione di CR4 (auditorium reale, $V \approx 8.7 \cdot 10^3 \text{ m}^3$) il *pattern* spaziale del C50 è validato (correlazione +0.885 fra predetto e misurato, media-mid sui cinque ricevitori) e il decadimento (T30/EDT) è accurato; resta un residuo sul C50 *assoluto*.

Decomporre prima di diagnosticare. La media cross-banda del residuo (0.99 dB in valore assoluto) nasconde la struttura. La decomposizione per-banda (Fig. 3, Tab. 4) la rivela: il residuo vive nella banda **500 Hz** ($|\cdot|$ medio 1.57 dB, media segnata -1.03 dB), mentre 1 kHz e 2 kHz stanno a 0.52 e 0.86 dB (+0.20 e +0.31 segnati). La banda più bassa del ramo geometrico porta il residuo; le altre due sono sotto il dB.

Table 4: CR4: residuo C50 (pred-meas, dB) per banda e posizione, speculare all'ordine 2 (la configurazione di produzione). La banda 500 Hz domina; il peggiore è MP1, mentre il vicino MP4 (direct-dominato) è il migliore.

banda	MP1 (9.6 m)	MP2 (12.9 m)	MP3 (14.8 m)	MP4 (6.2 m)	MP5 (12.5 m)
500 Hz	-3.0	+1.4	-0.9	-0.5	-2.1
1000 Hz	+0.9	+0.2	+0.6	+0.2	-0.8
2000 Hz	-0.3	+0.4	-1.1	+0.3	+2.3

**Figure 3:** CR4: il residuo C50 è localizzato alla banda 500 Hz, la più bassa del ramo geometrico (figura rigenerata da `slice2_CR4.json`: i numeri nel titolo sono letti dai dati, non incisi).

Effetto dell'ordine speculare. Portando lo speculare all'ordine-2 (già presente nel motore, lineare nell'ordine) il residuo medio scende da -0.73 a -0.17 dB , *senza* costo sul pattern spaziale (correlazione $+0.881 \rightarrow +0.885$): entrambi ri-misurati sullo stesso motore, cambiando solo l'ordine. Il residuo che resta è concentrato alla banda 500 Hz, la più bassa del ramo geometrico (lunghezza d'onda 0.69 m). Il limite è noto, localizzato, e non-prioritario.

5 Copertura garantita dei descrittori

Metodo. Trattiamo il forward come un predittore *fisso* e gli errori BRAS $r_i = |\text{pred}_i - \text{meas}_i|$ come insieme di calibrazione. Lo score è *normalizzato* per la scala-banda (in assenza dell’UQ-Laplace per-coppia nei dati archiviati, la scala robusta per-banda σ_b ne fa le veci, rendendo gli score scambiabili tra bande e permettendo di mettere a fattore comune N invece di N/banda):

$$s_i = \frac{|\text{pred}_i - \text{meas}_i|}{\sigma_{b(i)}}, \quad \hat{Q}_{1-\alpha} = s_{(\lceil (n+1)(1-\alpha) \rceil)}, \quad (2)$$

dove $s_{(k)}$ è la k -esima statistica d’ordine. La banda al 90% per “C50 @ banda b ” è $\text{pred} \pm \hat{Q}_{0.9} \sigma_b$. Sotto *scambiabilità*, la garanzia è marginale, finite-sample e distribution-free (Vovk *et al.* [7]; per la regressione, Lei *et al.* [8]; jackknife+ con coverage $\geq 1 - 2\alpha$, Barber *et al.* [9]):

$$\Pr(\text{meas}_{n+1} \in [\text{pred}_{n+1} \pm \hat{Q}_{1-\alpha} \sigma_b]) \geq 1 - \alpha. \quad (3)$$

Dati. $N = 33$ coppie C50 indipendenti pred-vs-meas, dalle sale BRAS CR2, CR3, CR4 (bande GA 500/1000/2000 Hz); CR1 è forward-only (nessuna coppia misurata) ed è escluso. È il *massimo* disponibile in forma pubblica utilizzabile.

Risultati. Le bande al 90% sono $\pm 3.70, \pm 2.49, \pm 2.32$ dB a 500/1000/2000 Hz — *larghe*, come atteso a N piccolo. La copertura empirica leave-one-out (Fig. 4) è 91% per il C50, 90% per il T30 e 90% per l’EDT: tutte $\geq$ il nominale, cioè la banda è *calibrata* su questa realizzazione. **Lettura onesta:** a $N = 33$ la stima LOO ha rumore $\sim \pm 5\%$ e σ_b è stimata da pochi punti, quindi il 91% non è una garanzia *conditional* — la (3) resta marginale e sotto scambiabilità. La novità metodologica è la copertura distribution-free sui *descrittori ISO*, normalizzata con una scala d’incertezza fisica.

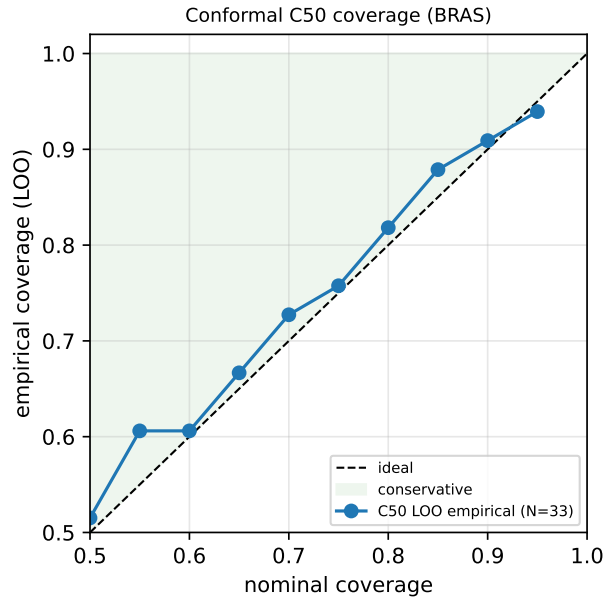


Figure 4: Copertura empirica (LOO) vs nominale per il C50 conforme ($N = 33$, BRAS). La curva traccia la diagonale ed è conservativa: al nominale 0.90 la copertura misurata è 91%.

6 Limiti e frontiere

Questa è la sezione che conta. Nessuno dei risultati sopra è venduto oltre quel che è.

- **Copertura.** La garanzia è *marginale*, non condizionale per-sala. Si appoggia alla *scambiabilità*: una sala-cliente fuori dal tipo BRAS (sale-spettacolo, materiali noti) *non* è scambiabile $\Rightarrow$ la banda non trasferisce. $N = 33$ è il limite di precisione; uno standard di prodotto richiede $n \sim 100\text{--}200$ per banda (coppie fuori-BRAS) e copertura per lo STI, oggi a zero coppie validate.
- **Modale.** Il banco-discriminante (§3) richiede una misura dedicata. Lo split-SUBRIR (§2) è la frontiera concreta: il DG su geometria/boundary *reali* è la direzione per coglierlo.
- **C50.** Il limite della cucitura è noto e localizzato (500 Hz, near-receiver); il fix (correzione early-diffusa lato-GA) è identificato e non-prioritario.
- **Prior art (citata, non rivendicata).** L’inferenza simulation-based per problemi inversi [10]; il recupero di geometria da echi [11]; la predizione conforme e il jackknife+ [7, 8, 9]; il modello di materiale [4, 5] e i descrittori di sale [6, 2]. Il nostro contributo è l’*integrazione*: copertura conforme normalizzata applicata ai descrittori ISO di un forward ibrido validato sul modale.

7 Spunti per la discussione

Offriamo tre spunti, nello spirito di una nota tra pari:

1. Il **banco-modale-discriminante** (piccola, non-rettangolare, eccitata): esiste accesso a una tale sala, o a una campagna di misura, per validare le f_n dove solo il wave-DG predice?
2. Lo **split-modale** come fisica reale vs idealizzazione: il double-decay/beating osservato è un osservabile utile per la caratterizzazione del boundary e degli accoppiamenti?
3. La **copertura garantita** sui descrittori CAM come strumento di due-diligence progettuale: una banda di predizione con copertura empirica dichiarata, invece di un numero puntuale, è la forma giusta in cui consegnare una predizione acustica?

References

- [1] M. R. Schroeder, “The Schroeder frequency revisited,” *J. Acoust. Soc. Am.* 99(5), 3240–3241, 1996.
- [2] H. Kuttruff, *Room Acoustics*, 6th ed., CRC Press, 2016.
- [3] J. S. Hesthaven, T. Warburton, *Nodal Discontinuous Galerkin Methods*, Springer, 2008.
- [4] B. Mondet *et al.*, “A five-parameter surface-impedance model...,” *Appl. Acoust.* 157, 2020.
- [5] J. F. Allard, N. Atalla, *Propagation of Sound in Porous Media*, 2nd ed., Wiley, 2009.
- [6] G. Fratoni, D. D’Orazio, *Appl. Acoust.* 240, 2025.
- [7] V. Vovk, A. Gammerman, G. Shafer, *Algorithmic Learning in a Random World*, Springer, 2005.
- [8] J. Lei *et al.*, “Distribution-Free Predictive Inference for Regression,” *J. Amer. Statist. Assoc.* 113(523), 2018.
- [9] R. F. Barber, E. J. Candès, A. Ramdas, R. J. Tibshirani, “Predictive inference with the jackknife+,” *Ann. Statist.* 49(1), 2021.
- [10] K. Cranmer, J. Brehmer, G. Louppe, “The frontier of simulation-based inference,” *PNAS* 117(48), 2020.
- [11] C. Foy *et al.*, “Room impulse response reshaping / geometry,” *J. Acoust. Soc. Am.*, 2021 (arXiv:2109.00393).

- [12] G. Vairetti *et al.*, “The Subwoofer Room Impulse Response database (SUBRIR),” KU Leuven Tech. Rep., 2016.
- [13] J. Cadavid *et al.*, “Spatial Sampling versus Acquisition Time of RIRs for Low-Frequency Sound Zones,” *AES Conv.* 156, 2024.